ما هي علاقته بالفيزياء؟

حساب التغاير وأهميته لنظريتي الكهرومغناطيسية والنسبية

قبل أن نتطرق إلى الحديث عن علاقة حساب التغاير بالفيزياء لابد لنا أولاً من معرفة ما هو التغاير؟ وما هي فائدته؟ وما هي استخداماته في الفيزياء عموماً؟

إن أول ما نتطرق إليه عن حساب التغاير هو التساؤل عن التغاير، فما هو؟

وللإجابة على هذا السؤال باختصار نأخذ السؤال المقارب : ما هي أقصر مسافة بين نقطتين؟ ربما نتعجب من هذا السؤال لأننا نعرفه جيداً، ولكن كيف نستطيع برهان ذلك؟ لأن من المعروف أن هذه القضية تعتبر مسلمة، وعادة المسلمات تؤخذ بدون برهان، ولكننا هنا سنرى أنه يمكننا برهان هذه القضية رغم أنها مسلمة، ولكنها ليست دائماً مسلمة، وسوف نبرهن هذا الأمر سريعاً، وربما يكون هذا السؤال حول كرة ولتكن - مثلاً - الكرة الأرضية : ما هي أقصر مسافة بين نقطتين واقعتين على سطح الأرض محسوبة على امتداد السطح؟

محمد علي زيد

ربما مرة أخرى يمكن أن نقول إننا نعرف الجواب، وهو كون المسافة هذه محسوبة على دائرة عظيمة، ولكن ماذا لو كان هذا السؤال حول سطح آخر مثل مجسم القطع الناقص، الأسطوانة، أو المخروط، أو المنحنى على امتداد السطح الذي يشير إلى كونه أقصر مسافة بين نقطتين متجاورتين يقال له «جيودسيك السطح»، ولأن إيجاد الجيودسكات واحدة من أهم المسائل التي يمكن حلها باستخدام حساب التغاير، ولأن أكثر ارتباط حساب التغاير هو بالحركة «الميكانيكا»، فدعونا نستعرض الميكانيكا وأقسامها سريعاً.

تنقسم الميكانيكا، التي هي «علم الحركة»، إلى ثلاثة أقسام - وهذا قبل مجيء الفيزياء الحديثة التي تعرف فيها الميكانيكا بالميكانيكا التقليدية أو الكلاسيكية - وهي :

● القسم الأول : علم السكون أو الستاتيكا، الذي يدرس السكون وشروط توازن الأجسام وقوانين جميع القوى المؤثرة عليها.

● القسم الثاني : علم التحريك أو الديناميكا، الذي يدرس الحركة وأسبابها والقوى المؤثرة على الأجسام، وكذلك التأثير المتبادل بين الأجسام المتحركة ميكانيكياً.

● القسم الثالث : علم الحركة المجرد «الكينماتيكا»، الذي يدرس الحركة، بغض النظر عن أسبابها والقوى المؤثرة عليها.

إن ما يهمنا هو القسم الثالث منها، وهو «علم الحركة المجرد أو الكينماتيكا»، ولأن تعريف الميكانيكيين لهذا القسم بأنه : «فرع الميكانيكا الذي يبحث في الخواص الهندسية لحركة الأجسام دون اعتبار لقصورها الذاتي وكتلتها أو القوى المؤثرة عليها»، وهو من ناحية أخرى عبارة عن مقدمة في علم «الدينامكيا»، وتعرف الحركة في الميكانيكا بأنها : «تغير موضع الجسم في الفراغ بمرور الزمن بالنسبة للأجسام الأخرى»، ولقد أصبحت تحت ضرورات كثيرة، علمية وهندسية وصناعية، علماً مستقلاً بذاته أو قسماً خاصاً من الميكانيكا (في النصف الأول من القرن التاسع عشر).

ونرى أن هناك تقارباً بين أوليات «الكينماتيكا» وحساب التغاير، من حيث المبدأ، وسنفصل قليلاً لنرى وجه التقارب ثم نعمم الأمر بشكل عام في الفيزياء والميكانيكا والإلكتروديناميك، وكذلك الحركة النسبية الكلاسيكية والحديثة.

وكما أشرنا إلى الحركة في «الكينماتيكا» إلى أنها تغير موضع الجسم في الفراغ بمرور الزمن بالنسبة للأجسام الأخرى، ولكي نعين موضع الجسم المتحرك أو النقطة المتحركة، نثبت مجموعة ما من محاور الإحداثيات تثبيتاً صلباً بالجسم الذي ندرس الحركة بالنسبة له، وتسمى هذه المجموعة من الإحداثيات بـ «مجموعة القياس»، وهذه المجموعة تتكون بوجه عام من الإحداثيات الفراغية لتحديد موضع النقطة أو الجسم، علاوة على ساعة أو جهاز لقياس الزمن، وإذا ظلت إحداثيات جميع نقاط الجسم المأخوذة في مجموعة القياس المختار وثابتة طوال الوقت، فإن الجسم يكون في حالة سكون بالنسبة لمجموعة القياس هذه، أما إذا تغيرت إحداثيات بعض نقاط الجسم بمرور الزمن فإن الجسم يكون في حالة حركة بالنسبة لمجموعة القياس هذه، وبالتالي بالنسبة للجسم المثبت به هذه المجموعة.

وتعطي طريقة قياس حركة النقطة كينماتيكياً بالتحليل الإحداثي المتجهي المعروف، ولكن عندما ينطور الأمر إلى حركة معقدة «مثل الحركة الموجية» أو حركة مركبة أو الأمواج الكهرومغناطيسية، ويتطلب إعطاء وصف لكل حركة تفصيلية وتغيراتها وكذلك التغير الكلي، فإن هذه الحسابات لا تصلح لوصف التغير التفاضلي أو التكاملي لهذه الحركات المختلفة أو الدورية، وإنما يلزم لذلك «حساب التغاير»، ولقد تطورت حسابات «مجموعة القياس» إلى ما يطلق عليه حالياً في الفيزياء والميكانيكا «هياكل الإسناد»، وقبل أن نتطرق إلى هذه النقطة سنستعرض أبرز ما في حساب التغاير في الفيزياء والميكانيكا، وتنقسم المبادئ التغايرية في الفيزياء والميكانيك إلى قسمين :

● القسم الأول : «المبادئ التفاضلية»، وهي المبادئ التي تبين وجه الاختلاف «التغاير» بين الحركة أو الحالة الفعلية للمجموعة الميكانيكية وكافة حركاتها الممكنة، والتي تعبر عنه في كل لحظة زمنية، وهذه المبادئ تعرف بأنها تفاضلية، وهي أشمل المبادئ في الميكانيكا.

● القسم الثاني : «المبادئ التكاملية»، أما هذه المبادئ فتعين الاختلاف بين الإزاحة الفعلية للمجموعة خلال فاصل زمني محدود وسائر إزاحاتها الممكنة بأنها تكاملية.

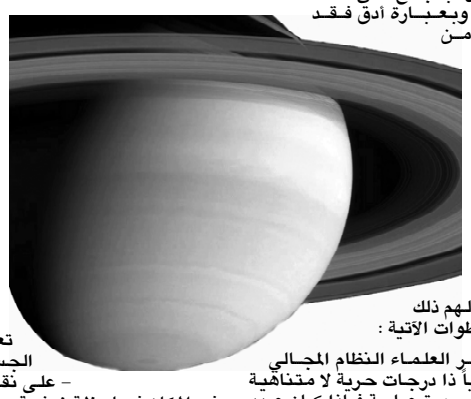
وتنقسم المبادئ التفاضلية إلى عدة أقسام أهمها :

- مبدأ الفعل المقصر أو «الفعل بطريقة هاملتون» : وهو تكامل الدالة اللاجرانجية مع الزمن، حيث تستخدم فيه الإحداثيات المعممة التي أشرنا إليها سابقاً في «الكينماتيكا».

والمبادئ التكاملية تنقسم - أيضاً - إلى عدة أقسام، أهمها مبدأ أقل فعل «مبدأ هاملتون» : ويعتبر من أهم المواضيع التي تركز عليها معظم الأبحاث والدراسات في التغاير، وكذلك في الفيزياء والميكانيكا والكهرومغناطيسية والنسبية والمجالات.

ويمكننا أن نطبق المثال الذي ذُكر في أول المقال على هذا القسم، إلاّ أن الفارق أن ذلك المثال يحسب المساحة فقط رياضياً، وهنا يتم الحساب على جسم متحرك من نقطة إلى أخرى، وأهم ما يميز هذه الإزاحة في هذا القسم أنها تختلف عن كافة الإزاحات الممكنة - كما أشرنا في بداية المقال - لأن لها خطاً واحداً - راسخاً أو شديداً - لا يمكن الخروج عنه، وهو أقصر مسافة بين النقطتين على أي مستوى أو فراغي حتى لو كان يمر بمنحنيات أو منعطفات، فإن الحساب يتبع أقصر خط إجباري، وهذا هو حساب التغاير، حسب مبدأ «هاملتون» للجسم المتحرك، ومعنى تغاير، أي أنه لا يتخالف مع الزمن أو في الفاصل الزمني المحدد لعملية الحركة هذه، أما أهمية هذا المبدأ - مبدأ «هاملتون» - بالنسبة للمجالات والحركة الموجية والكهرومغناطيسية وغيرها فقد نشأ من احتياج العلماء للربط بين فكرة المجال وتحويلها إلى قوانين عامة تنطبق عليها قوانين الميكانيكا مثلما تنطبق على الجسيمات، فقد تمكن العلماء النظريون في نهاية القرن التاسع عشر ومطلع القرن العشرين من معالجة الأنظمة المجالية بوصفها أنظمة مادية ديناميكية على غرار ما فعله «لاجرانج» في أواخر القرن الثامن عشر، و«هاملتون» في مطلع القرن التاسع عشر مع الأنظمة الجسيمية النيوتونية، إذ رأى «لاجرانج» أنه يمكن وصف الحالة الديناميكية لأي نظام نيوتوني في جسيم محدود بدلالة عدد محدود من الكميات المكانية المستقلة عن بعضها وعدد مماثل من معدلات التغير الزمني في هذه الكميات، ورأى - أيضاً - أنه يمكن وصف تطور الحالة الديناميكية في الزمن بدلالة دالة متصلة للكميات، وهي الدالة التي أخذت تعرف بالدالة اللاجرانجية، وقد استعملت قوانين نيوتن في الحركة لاشتقاق المعادلات التفاضلية التي تحكم تغير هذه الدالة مع الكميات المكانية ومعدلات تغيرها مع الزمن، وهي المعادلات التي أخذت تعرف بمعادلات لاجرانج، وسرعان ما تمكن «هاملتون» من اشتقاق هذه المعادلات باستعمال «حساب التغاير»، من مبدأ «تكاملي عام» أخذ يعرف بـ «مبدأ هاملتون»، وهو ينص على أن التغاير في الفعل يساوي صفراً، وهذا مكافئ للقول إن الأنظمة المادية الجسيمية تتبع في تطورها المسارات التي يكون الفعل عندها مستقراً أو ذا قيمة متطرفة، وقد عرّف «هاملتون» الفعل بأنه : «تكامل الدالة اللاجرانجية بالنسبة إلى الزمان»، كذلك استطاع «هاملتون» أن يضع بديلاً لصيغة «لاجرانج» في وصف الأنظمة المادية، وتمثل هذه البديل في سلسلة من المعادلات التفاضلية التي تصف تغير ما يعرف بالدالة الهاملتونية مع الكميات المكانية والزخوم المناظرة لها، والحق أن الدالة الهاملتونية ليست سوى صورة معممة للطاقة الكلية للنظام.

وفي نهاية القرن التاسع عشر تمكن النظريون من تطبيق ميكانيكا «لاجرانج» و«هاملتون» بنجاح على الأنظمة المجالية، وبعبارة أدق فقد تمكنوا من صياغة قوانين المجال الكهرومغناطيسية «قوانين ماكسويل» وفق الشكل اللاجرانجي الهاملتوني، وقد تم لهم ذلك بأتباع الخطوات الآتية :



● إعتبر العلماء النظام المجالي نظاماً مادياً ذا درجات حرية لا متناهية العدد، وبصورة عامة فإذا كان عدد درجات الحرية لنظام مادي يساوي عدد الكميات الفيزيائية اللازمة لتحديد مواضع مكونات النظام المعني في المبادئ التغايرية التفاضلية، فإن الإزاحات الافتراضية تبحث بدرجة محدودة من الحرية، وهنا الأمر واسع جداً، عدد لا محدود من الحرية، والسبب هنا أن النظام هنا مجالي ومنتشر وليس مادي، كما في الحالة السابقة، وكذلك أنواع المجالات الأخرى الممتدة مثل الموجات الكهرومغناطيسية والضوء وغيرها، وقد اعتبر النظريون قيم الجهود أو الدالات المجالية هي الكميات الفيزيائية اللازمة لتحديد الأنظمة المجالية موضعياً، بمعنى أنهم اعتبروها مناظرة للكميات المكانية المحدودة العدد واللازمة لتحديد الأنظمة النيوتونية الجسيمية موضعياً، ولما كانت هذه الجهود والدوال المجالية متصلة في المكان والزمان، فإن القيم التي تمثلها لا نهائية العدد، ومن ثم فإن عدد درجات الحرية للنظام المجالي لا نهائي أيضاً.

● افترض النظريون أنه يمكن تحديد الدالة الديناميكية لنظام مجالي في لحظة زمنية تحديداً كلياً بدلالة قيم الدوال المجالية جميعاً وقيم معدلات تغير هذه الدوال في المكان والزمان جميعاً، على غرار تحديد الحالة الديناميكية لنظام جسيمي بدلالة كمياته المكانية جميعاً ومعدلات تغير هذه الكميات مع الزمن جميعاً.

● افترض النظريون وجود دالة أسموها الكثافة اللاجرانجية، تعتمد على «الدوال المجالية» ومعدلات تغيرها في المكان والزمان - أيضاً - وافترضوا أن الدالة اللاجرانجية للنظام المجالي ليست سوى تكامل هذه الدالة على امتداد مكان النظام المعني برمته، وقد أشرنا إلى هذا الأمر في بداية أنواع التغاير في بداية المقال، ولكن الأمر هنا لا يدخل في كون أن هذه العملية ضمن ما يسمى بـ «مبادئ التغاير التفاضلية»، لأنه هذه الدالة اللاجرانجية المجالية - كما افترضوا - تطيع «مبدأ هاملتون»، ويكون الفعل في هذه الحالة هو «تكامل الكثافة اللاجرانجية رباعياً على امتداد المكان والزمان كليهما»، لأن هذه الصياغة تكون ضمن المبادئ التغايرية التكاملية والمعممة كما هو ملاحظ، وبذلك تمكن النظريون من توحيد الأنظمة الجسيمية مع الأنظمة المجالية من حيث الوصف والمبادئ العامة والأساسية بصورة شكلية، بيد أن هذا التوحيد الشكلي كان بصيغ للتوحيد أكثر جذرية.

هذا في ما يتعلق بأوجه الشبه والتماثل بين الجسيم والمجال، ذلك أنهما مماثلان لبعضهما من حيث أن كليهما يملك طاقةً وزخماً خطياً وزاوياً وقصوراً ذاتياً، ومن حيث أن كليهما يمتثلان لطريقة الوصف اللاجرانجي ولمبدأ «هاملتون» في الديناميكا، ومع ذلك، وبرغم ما يربطهما عضوياً مع بعضهما، فثمة ما يفرقهما بصورة مطلقة عن بعضها، وتتمثل أوجه الاختلاف التناقضي بينهما في النقاط الآتية :

● يتسم المجال بالاتصالية، فيما يتسم الجسيم المادي بالانفصالية، وينعكس ذلك بصورة جلية على طبيعة محددات كل منهما، ففيما يتم تحديد الدالة الديناميكية للجسيم بدلالة موضعه وسرعته (أي موضعياً)، يتم تحديد المجال بدلالة دوال جبرية متصلة تمتد على طول المكان وعرضه، وفيما تعتمد طاقة الجسيم - مثلاً - على نقطة واحدة في المكان في لحظة زمنية معينة، فإن طاقة المجال تعتمد على جميع النقاط المكانية في الحيز الذي ينتشر فيه المجال في آن واحد، فالمجال يمتد بصورة متصلة عبر المكان برمته، في حين أن الجسيم يتمركز في نقطة واحدة.

● إذا تداخل مجالان معاً، فإنهما يمران في بعضهما بسلام من دون أن يحدثا أي خلل أو تغيير في بعضهما، أما الجسيمات فهي متداخلة معاً، يعني تصادم بعضها مع البعض الآخر وإحداث تغييرات كبيرة في حالتها الديناميكية.

● إذا اندمجت مجموعة من الجسيمات معاً، بحيث تشكل جسيماً واحداً، كانت كتلة الجسيم الناتج مساوية لمجموعة كتل الجسيمات المندمجة معاً، ومن ثم كانت الفعالية الديناميكية للجسيم الناتج مساوية لمجموع الفعاليات الديناميكية للجسيمات المندمجة، أما المجالات فهي لا تندمج بهذه الصورة على الإطلاق، وبصورة عامة فإن نمط اندماجها يختلف من مجال إلى آخر، وهو أعقد من نمط اندماج الجسيمات النيوتونية بكثير، وفي حال المجال الكهرومغناطيسي فإن صافي المتجه المجالي في نقطة مكانية في لحظة زمنية يساوي المجموع المتجهي لجميع المجالات الكهرومغناطيسية المندمجة معاً في النقطة واللحظة المعينة، وعليه فإن المجالات الكهرومغناطيسية قد تتداخل وتندمج معاً، بحيث يلغي بعضها الآخر كلياً في بعض الأماكن مثلما يحدث في تداخل الضوء - مثلاً - (وسوف نبحث ذلك في مقال لاحق مستقل)، وذلك على العكس من الجسيمات التي يعزز بعضها أو يقوي بعضها الآخر من حيث «الكتلة» في جميع الأحوال.

● بصورة عامة فإن الشكل الأساسي للحركة السائد في الأنظمة الجسيمية هو الشكل المتعلق لانتقال النقطة الكتلية عبر مسارات محددة وفق قوانين نيوتن في الحركة، وفي هذه الحالة فإن انتقال الكتلة يصاحب بالضرورة انتقال الطاقة وغيرها من الكميات الديناميكية، أما الأنظمة المجالية فإن الشكل الأساسي للحركة السائد فيها هو الشكل الموجي الذي يتوافق مع قوانين ماكسويل في الكهرومغناطيسية، ويختلف شكلا الحركة المذكورين بصورة جذرية عن بعضهما، وعلى سبيل المثال فإن الأمواج تبدي ما يسمى بـ «ظاهرة الحيود»، وهي ما لا تبديها الجسيمات على الإطلاق، لكن يبدو للوهلة الأولى أنه ليس ثمة فارق يذكر بين نمط حركة «الأشعة المجالية»، وبين نمط حركة «الجسيمات النيوتونية الحرة»، فالشعاع الموجي والجسيم كلاهما يبدو وكأنه يتحرك في خطوط ومسارات مستقيمة، والحق أن هذه الملاحظة هي التي دفعت نيوتن إلى اعتبار الأشعة الضوئية سيلاً من الجسيمات المتناهية في الصغر، والتي تتحرك وفق قوانين نيوتن للحركة - نظرية «البث» أو نظرية «الدقائق» لنيوتن - كما أنها هي التي دفعت الرياضي الفرنسي «فارما» إلى التعبير عن «حركة الضوء» بدلالة «مبدأ تغاير» يفيد بأنه : «حين ينتقل شعاع ضوئي من نقطة إلى أخرى في المكان، فإنه يتبع ذلك المسار بين النقطتين الذي يقطعه في أقصر زمن ممكن»، وهو ما أخذ يعرف فيما بعد بـ «مبدأ فارما»، وقد أفلح العالم الفرنسي «موبرتي» في القرن الثامن عشر في التعبير عن قوانين الميكانيكا النيوتونية على غرار ما فعله «فارما» في البصريات، فوحد هذه القوانين وضمها معاً في «مبدأ تغاير» يفيد بأنه : «حين ينتقل جسيم نيوتوني من نقطة إلى أخرى في المكان، فإنه يتبع ذلك المسار بين النقطتين الذي يكون الفعل عبره ذا قيمة مستقرة أو متطرفة»، وهو المبدأ الذي وجد صيغته العامة الشاملة في «ميكانيكا هاملتون» - الآنف ذكرها - أو «مبدأ هاملتون» فيما بعد، وتصنف هذه التحويلات في المبادئ التغايرية ضمن «المبادئ التغايرية التكاملية»، ويمكن أن يطبق - أيضاً - على انتشار الضوء في وسط غير متجانس ضوئياً، وهنا ينشأ التناظر الضوئي الميكانيكي، أي أن كل مسألة عن حركة نقطة مادية في مجال كموني راسخ تناظرها مسألة معينة في الضوء الهندسي، والعكس بالعكس.

ولهذا المبدأ تسمية خاصة، وهي مبدأ «موبرتي - جاكوبي»، حيث اشترك معه هذا العالم في صياغة هذا المبدأ، وهذا المبدأ مشتق أساساً من مبدأ تغاير تكاملي آخر وهو مبدأ «موبرتي - لاجرانج»، حيث أن هذا المبدأ «موبرتي - جاكوبي» هو مبدأ حالة خاصة من المبدأ الأصلي، مبدأ «موبرتي - لاجرانج»، وهي هنا - مثلاً - : «تغاير الضوء أو تغاير الموجات الكهرومغناطيسية»، وكذلك ارتباطه - أيضاً - بـ «مبدأ فيرما» ارتباطاً مباشراً.

ومن ضمن الفوارق المهمة - أيضاً - بين مبدأ «موبرتي - لاجرانج» ومبدأ «موبرتي - جاكوبي»، أن التغاير في الزمن يتم في المبدأ الأول بخلاف معظم التغايرات في المبادئ التكاملية، ويرمز له برمز مخالف لرمز التغاير العام، بينما في المبدأ الثاني يتم التغاير باعتبار الزمن ثابتاً كما هو في معظم عمليات التغاير.

إذاً يبدو للوهلة الأولى وكأن ليس هناك فرق ديناميكي يذكر بين الأشعة المجالية وبين الجسيمات النيوتونية، فالشعاع والجسيم كلاهما يبدو وكأنه يطيع في حركته نسقاً واحداً من المبادئ والقوانين، مبدأ تغاير يحدد المسارات الممكنة، وتكون المسارات وفقه مستقلة عن بعضها، لكنه سرعان ما تبين أن الأشعة المجالية لا تطيع مبدأ «فيرما التغايري» إلاّ تحت ظروف معينة، فإذا كان الشعاع المجالي والجسيم يطيعان في حركتهما النسق ذاته في المبادئ، فمعنى ذلك أنهما يستجيبان للمؤثرات الخارجية، بما في ذلك العوائق الصلبة، بالكيفية ذاتها، وهذا بالفعل يحدث لمدى واسع من المؤثرات والعوائق، لكن هذا التوافق له حدوده، فهو يبطل وينتفي إذا اعترض طريق المسارات الجسيمية والمجالية المعينة عوائق تخطت في صغرها أبعاداً معينة، إذ تنحرف الأشعة الموجية وتنحني بصورة جلية عند الحواف والأطراف الدقيقة وحولها - ظاهرة «حيود الأمواج» - وهذا ما لا تبديه الجسيمات النيوتونية، ويتضح من ذلك ومن غيره من المشاهدات ما يلي :

● أن حركة الأشعة المجالية هي حركة موجية في جوهرها، ومن ثم فإنها تختلف جذرياً عن حركة الجسيمات النيوتونية.

● أن مبدأ «فيرما» هو تقريب للمعادلات الموجية المجالية تحت ظروف مادية معينة، بمعنى أن الأشعة المجالية لا تتسق مع الحركة الجسيمية إلاّ تحت ظروف مادية معينة ومحدودة.

● بدأ يتضح في نهاية القرن التاسع عشر أن المجال الكهرومغناطيسي يشترك مع الأنظمة الجسيمية النيوتونية في بعض «المبادئ التناسقية العامة»، لكنه يختلف جوهرياً في بعضها الآخر، وعلى سبيل المثال فإن الأنظمة الجسيمية تطيع ما يسمى بمبدأ «النسبية الجاليلية»، حيث أن قوانين نيوتن في الحركة لا تفرق بين مرجع إسناد قصوري وآخر، بمعنى أنها لا تتغير في شكلها العام إذا انتقلنا من واحد إلى الآخر، أما الأنظمة المجالية الكهرومغناطيسية فتتسم ببنية عامة تتعارض مع النسبية الجاليلية، حسب قاعدة ثبات سرعة الضوء، فثمة تعارض بين الجسيم والمجال في هذا الصدد، رغم نقاط التماثل الكثيرة بينهما.

● رغم أن الجسيم والمجال الكهرومغناطيسي كليهما يبدي قصوراً ذاتياً «كتلة قصورية»، كما بين كل من «ماكس أبراهام» و«هندريك أنطوان لورنتز» و«هنري بوانكاريه»، إلاّ أن الشكل الرياضي للقصور الذاتي المجالي أعقد بكثير من نظيره الجسيمي، الأمر الذي يوحي إما باختلاف جوهري بين المجال والجسيم، وإما أن الجسيم هو شكل تقريبي للمجال!! وعلى أية حال فهو اختلاف تناقضي يثير الحيرة ويشير إلى نقص في النظرية الكلاسيكية.

إعلان